

Вопросы (темы) для вступительных испытаний по учебному предмету «Математика» для лиц, имеющих общее среднее образование, для получения общего высшего образования и специального высшего образования, 2023 год.

1. Угол: определения (угла, равных углов, биссектрисы угла, развернутого угла, градусной меры угла, прямого, острого, тупого и полного углов); свойства градусной меры угла. Смежные и вертикальные углы и их свойства.

2. Накрест лежащие, соответственные и односторонние углы при двух прямых и секущей. Признаки и свойства параллельности прямых. Аксиома параллельности прямых.

3. Треугольник: определения (треугольника, периметра треугольника, внешнего угла треугольника); виды треугольников; теорема о внешнем угле треугольника; формулы площади треугольника (через высоту треугольника, через периметр и радиус вписанной окружности, Герона, по двум сторонам и углу между ними).

4. Высота, медиана, биссектриса треугольника: определения; свойства биссектрисы, медианы и высоты треугольника.

5. Равные треугольники: определение; свойства равных треугольников; признаки равенства треугольников.

6. Равнобедренный треугольник: определение; свойства (углов при основании, биссектрисы равнобедренного треугольника); признаки равнобедренного треугольника.

7. Прямоугольный треугольник: определения (катета и гипотенузы); признаки равенства прямоугольных треугольников; площадь прямоугольного треугольника.

8. Теорема Пифагора: прямая теорема Пифагора и ей обратная; следствия из теоремы. Соотношения в прямоугольном треугольнике: синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника; свойство катета, лежащего против угла в 30° ; среднее пропорциональное в прямоугольном треугольнике.

9. Теорема Фалеса: прямая теорема Фалеса и ей обратная; обобщенная теорема Фалеса и ей обратная. Средняя линия треугольника: определение; теорема о средней линии треугольника.

10. Подобные треугольники: определения (подобных треугольников, коэффициента подобия треугольников, пропорциональных отрезков, отношения отрезков); признаки подобия треугольников; отношение площадей подобных треугольников.

11. Теорема косинусов: теорема; следствия из теоремы косинусов (нахождение косинуса угла треугольника, заданного тремя сторонами; свойство диагоналей параллелограмма).

12. Теорема синусов: теорема; следствия из теоремы синусов.

13. Параллелограмм: определение; свойства и признаки параллелограмма; формулы площади (через высоту параллелограмма, по двум сторонам и углу между ними, по диагоналям и углу между ними).

14. Ромб: определение, свойства, признаки, формулы площади (через высоту ромба, по двум сторонам и углу между ними, по диагоналям и углу между ними, через периметр и радиус вписанной окружности).

15. Трапеция: определения (трапеции, средней линии трапеции, высоты трапеции); виды трапеций; теорема о средней линии трапеции; свойства равнобедренной трапеции; формулы площади трапеции (через высоту трапеции; через среднюю линию трапеции).

16. Вписанные и описанные окружности: определения (окружности, описанной около треугольника; окружности, вписанной в треугольник); формулы для нахождения радиуса описанной и радиуса вписанной окружностей прямоугольного треугольника; формулы для нахождения радиуса описанной и радиуса вписанной окружностей по заданной стороне правильного треугольника.

17. Окружность, круг: определения (окружности, круга, радиуса, диаметра, хорды, сектора, сегмента круга, вписанного угла, центрального угла, градусной меры дуги окружности); теорема о величине вписанного угла и следствия из этой теоремы; формулы: (длины окружности, площади круга, длины дуги, площади сектора и сегмента).

18. Взаимное расположение прямой и окружности. Касательная и секущая к окружности: определения касательной к окружности, секущей к окружности; признак касательной к окружности; свойство отрезков пересекающихся хорд; свойство отрезка касательной и отрезков секущей в случае, когда касательная и секущая проходят через одну точку, взятую вне окружности.

19. Основные понятия стереометрии. Аксиомы стереометрии. Следствия из аксиом.

20. Взаимное расположение прямых в пространстве: определения (параллельных прямых в пространстве, скрещивающихся прямых); признак параллельности прямых; свойства параллельных прямых в пространстве; признак скрещивающихся прямых; угол между прямыми.

21. Прямая, параллельная плоскости: определение; признак параллельности прямой и плоскости; свойство прямой, параллельной плоскости.

22. Параллельные плоскости: определение; признак параллельности плоскостей; свойства параллельных прямых и плоскостей в пространстве.

23. Прямая, перпендикулярная плоскости: определение, признак перпендикулярности прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная: определение перпендикуляра, наклонной и проекции наклонной на заданную плоскость; теоремы о длинах перпендикуляра, наклонных и проекций этих наклонных; теорема о трех перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью.

24. Двугранный угол: определения (двугранного угла, линейного угла, соответствующего данному двугранному углу, угла между плоскостями). Перпендикулярность плоскостей: определение, свойства, признак перпендикулярности плоскостей.

25. Призма: определения (призмы, прямой призмы, правильной призмы, параллелепипеда, прямого параллелепипеда, прямоугольного параллелепипеда, куба); площадь боковой и полной поверхностей прямой призмы; площадь

боковой и полной поверхностей призмы; формула объема прямоугольного параллелепипеда; формула объема призмы.

26. Пирамида: определения (пирамиды, правильной пирамиды); свойства правильной пирамиды, пирамиды с равными или равно наклоненными к основанию боковыми ребрами; свойства пирамиды с равными высотами боковых граней, опущенными из вершины пирамиды или равно наклоненными боковыми гранями; площадь боковой и полной поверхностей правильной пирамиды; площадь боковой и полной поверхностей пирамиды.

27. Цилиндр: определения (цилиндра, осевого сечения цилиндра); площадь боковой и полной поверхностей цилиндра; сечения цилиндра, параллельные и перпендикулярные оси цилиндра; объём цилиндра.

28. Конус: определения (конуса, осевого сечения конуса); площадь боковой и полной поверхностей конуса; сечение конуса плоскостью, проходящей через его вершину и хорду основания; объём конуса.

29. Сфера и шар: определения (сферы, шара, радиуса, диаметра, хорды); сечения сферы и шара плоскостью; касательная плоскость к сфере; площадь сферы; объём шара.

30. Степень: определение степени (с натуральным, целым и рациональным показателем); свойства степеней.

31. Логарифм числа: определение; десятичный логарифм; основное логарифмическое тождество; свойства логарифмов (логарифм произведения, степени, частного); формула перехода от логарифма с одним основанием к логарифму с другим основанием.

32. Тождественно равные выражения. Формулы сокращенного умножения:
 $a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$; $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

33. Одночлен и многочлен: определения (одночлена, многочлена, степени одночлена, степени многочлена, подобных слагаемых); определение квадратного трехчлена; сложение, вычитание, умножение и деление многочлена на одночлен; разложение многочлена на множители; разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

34. Корень n -й степени ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$): определения (корня n -й степени, арифметического корня n -й степени); свойства корня n -й степени.

35. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла: соотношения между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла (тригонометрические тождества).

36. Тригонометрические формулы: приведения; синуса, косинуса, тангенса суммы и разности, двойного аргумента; преобразования суммы и разности синусов (косинусов) в произведение.

37. Простейшие тригонометрические уравнения: определения (арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса числа, простейших тригонометрических уравнений); решения простейших тригонометрических уравнений.

38. Линейное уравнение с одной переменной: определение; корень уравнения; решение линейных уравнений с одной переменной.

39. Квадратные уравнения: определение; виды квадратных уравнений; формулы корней квадратного уравнения; теорема Виета (прямая и обратная).

40. Числовые неравенства: их геометрическая интерпретация; свойства числовых неравенств. Линейные неравенства с одной переменной: определение; равносильные неравенства; решение линейных неравенств с одной переменной; двойные неравенства.

41. Функции: определения (функции, области определения, множества значений, графика, нулей, промежутков знакопостоянства, четности и нечетности, периодичности, возрастания и убывания функции, промежутков монотонности, наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке); способы задания.

42. Функция $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), ее свойства и график.

43. Функция $y = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$), ее свойства и график.

44. Функция $y = \log_a x$ ($a > 0$, $a \neq 1$), ее свойства и график.

45. Функции $y = ax + b$ и $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), их свойства и графики.

46. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график.

47. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график.

48. Функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики.

49. Арифметическая и геометрическая прогрессии: формулы n -го члена и суммы n первых членов; характеристические свойства арифметической и геометрической прогрессии; бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

50. Производная: определение; физический смысл производной; геометрический смысл производной; производные функций: $y = c$, $y = ax + b$, $y = ax^2$, $y = \frac{k}{x}$ правила вычисления производных: производная суммы, производная произведения, производная частного, производная степени; связь между знаком производной функции и ее возрастанием или убыванием.